Exercices sur la détermination du facteur d’induction d’une turbine éolienne

Description

Une turbine éolienne à axe horizontal est exploitée avec les conditions suivantes :

- vitesse moyenne du vent : $U_\infty = 14$ m/s
- densité de l’air: $\rho = 1.205$ kg/m^3
- coefficient de puissance : $C_P=0.29$
- puissance nominale du générateur électrique: $P=2.2$ MW

Questions :

a. Calculer le radius de la turbine que, en correspondance de la valeur de vitesse moyenne, permet le couplage avec le générateur électrique ;
b. Calculer la puissance maximale que la turbine peut produire (en correspondance de la valeur de vitesse moyenne) pour le C_P correspondent à la limite de Lanchester-Betz;
c. Déterminér la valeur de la vitesse du vent en correspondance du disque actuateur de la turbine (U_D).

Solution

Question a

A travers la définition du coefficient de puissance, il est possible de déterminer le diamètre de la turbine

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 A_D}$$

Donc :

$$A_D = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 C_P} \rightarrow D = 2\sqrt{\frac{P}{\pi \frac{1}{2}\rho U_\infty^3 C_P}} = 2\sqrt{\frac{2.2\cdot 10^6 W}{\pi \frac{1}{2} 1.205 \frac{kg}{m^3}\left(14\frac{m}{s}\right)^3 0.29}} = 76.4m$$

Question b

La valeur maximale de la limite de Lanchester-Betz est, pour une turbine à axe horizontal, 16/27, donc la puissance maximale est :

$$P = \frac{1}{2} C_P^{\max} \rho U_\infty^3 A_D = \frac{1}{2}\frac{16}{27} 1.205 \frac{kg}{m^3}\left(14\frac{m}{s}\right)^3 \frac{\pi\left(76.4m\right)^2}{4} = 4.49MW$$

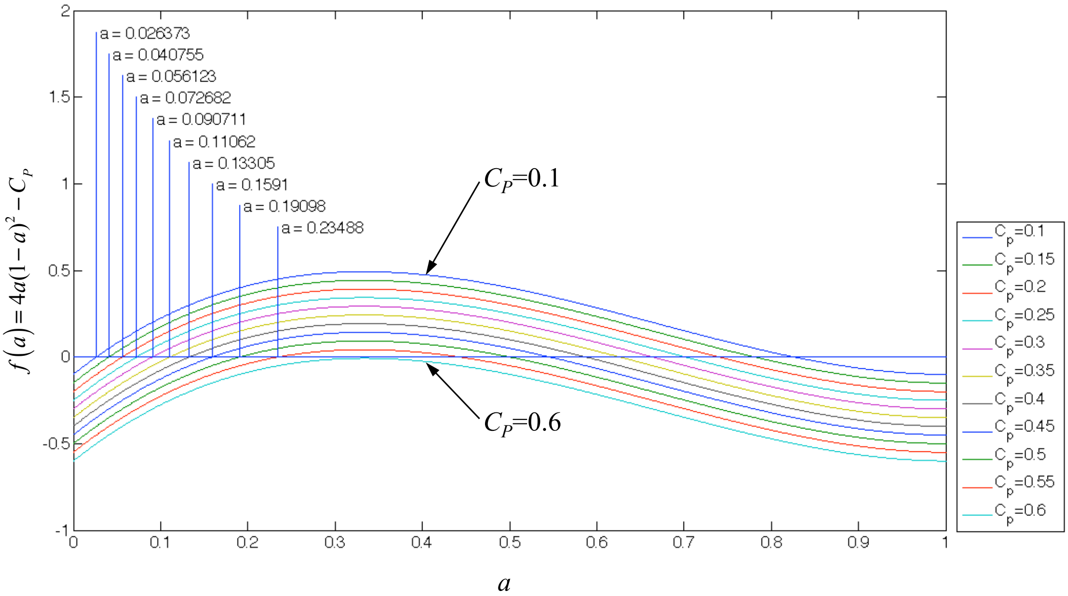
Question c

La vitesse en correspondance du disque actuateur, U_D, peut être déterminée à travers la définition du facteur d’induction a:

$$U_D = U_\infty(1-a)$$

La valeur du facteur d’induction peut être déterminée à travers le lien entre C_P et a, donc à travers le calcul des racines de la fonction $f\left(a\right) = 4a(1-a)^2 - C_P$.

Une solution graphique qui permet d'interpréter ce calcul peut être donné à travers le les courbes suivantes de la fonction $f(a)$ pour differents valeurs de C_P.



En fait, on peut trouver les racines de $f(a)$ avant et âpres le C_P=0.29 :

C_P=0.3 →a=0.09071

C_P=0.25 →a=0.07268

Observation importante : en générale, pour chaque valeur de C_P, on a deux valeurs du facteur d'induction. Les valeurs supérieurs à 0.5 n'ont pas de sens parce que la vitesse de sillage, $U_W = (1–2a)U_\infty$, devient négative et dans ces conditions la théorie de la quantité de mouvement simple n'est plus applicable car on rentre dans un régime turbulent de l'air.

A travers une simple interpolation :

$$a\Big|_{C_P=0.29} = 0.07268 + (0.29 - 0.25)\frac{0.09071 - 0.07268}{0.3 - 0.25} = 0.0871$$

Donc, la vitesse du vent est

$$U_D = U_\infty(1-a) = 14\frac{m}{s}(1-0.0871) = 12.78\frac{m}{s}$$